

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**«ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА  
ОБРОБКА СИГНАЛІВ.  
ЧАСТИНА 1»  
РОЗРАХУНКОВА РОБОТА**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для студентів,  
які навчаються за спеціальністю 171 «Електроніка»,  
спеціалізацією «Електронні компоненти і системи»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2017

«Теорія інформації та обробка сигналів. Частина 1»: розрахункова робота [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 171 «Електроніка», спеціалізації «Електронні компоненти і системи» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю. С. Ямненко, К. С. Осипенко. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,21 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 9 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 3 від 23.11.2017 р.)  
за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № 10/2017 від 30.10.2017 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

# «ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА ОБРОБКА СИГНАЛІВ. ЧАСТИНА 1» РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

Укладачі: *Ямненко Юлія Сергіївна, д-р техн. наук, проф.  
Осипенко Катерина Сергіївна, канд. техн. наук.*

Відповідальний редактор *Терещенко Т. О., професор кафедри промислової електроніки,  
д-р техн. наук, проф.*

Рецензенти: *Попов А. О., доцент кафедри електронної інженерії, канд.  
техн. наук, доц.  
Юрченко О. М., завідувач відділу транзисторних  
перетворювачів, д-р техн. наук, с.н.с.*

Метою вивчення дисципліни «Теорія інформації та обробка сигналів. Частина 1» є дати студентам ґрунтовні знання з питань аналогової та цифрової обробки сигналів у часовій та частотній областях. Акцент робиться на сучасні методи цифрової обробки з використанням алгоритмів швидкого вирахування згортки сигналів. В якості індивідуального завдання є виконання студентами розрахунково графічної роботи. Метою виконання розрахунково-графічної роботи є набуття студентами досвіду самостійної роботи з навчальною та довідниковою літературою, набуття практичних навичок застосування неперервного та дискретного перетворення Фур'є.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017

## Зміст

1. Завдання	5
2. Розрахункові дані	6
3. Порядок виконання роботи	7
Рекомендована література	10

## Завдання

### I. Застосування інтегрального перетворення Фур'є.

1. До заданого сигналу  $x(t)$  застосувати перетворення Фур'є і знайти його спектральну характеристику  $S(\omega)$ . Побудувати її графік.
2. Розрахувати енергетичну спектральну щільність сигналу  $E(\omega)$ .
3. Знайти верхню частоту  $f_{\max}$  спектральної характеристики  $S^*(\omega)$ , за допомогою якого передається  $N$  % енергії сигналу.
4. Застосувати обернене перетворення Фур'є до спектральної характеристики  $S^*(\omega)$ .
5. Побудувати графіки заданого  $x(t)$  і відтвореного  $x^*(t)$  сигналів у одній площині координат.

### II. Застосування дискретного перетворення Фур'є.

1. За частотою  $f_{\max}$  розрахувати максимальний часовий крок дискретизації сигналу  $\Delta t_{\max}$ .
2. За максимально допустимою похибкою квантування  $\delta_{\max}$  розрахувати крок квантування сигналу  $\Delta u$ .
3. Побудувати графіки заданого  $x(t)$  і дискретного  $x_d(k)$  сигналів.
4. Застосувати до дискретного сигналу  $x_d(k)$  дискретне перетворення Фур'є.
5. Застосувати до дискретного сигналу  $x_d(k)$  швидке перетворення Фур'є.
6. Застосувати обернене дискретне перетворення Фур'є до спектральної характеристики  $S_d(\omega)$ .
7. Побудувати графіки заданого  $x(t)$ , дискретного  $x_d(k)$  і відтвореного  $x^{**}(t)$  сигналів у одній площині координат.

## Розрахункові дані

Вар.	x(t)	N, %	$\delta_{\max}$ , %	Вар.	x(t)	N, %	$\delta_{\max}$ , %
1	1: A = 5, $\tau = 5$	88	0.2	16	8: A = 2, a = 2	88	3.1
2	2: A = 6, $\tau = 1$	90	0.4	17	1: A = 8, $\tau = 4$	90	3.2
3	3: A = 8, T = 32	92	0.6	18	2: A = 2, $\tau = 20$	92	3.3
4	4: A = 20, T = 40	94	0.8	19	3: A = 25, T = 10	94	3.4
5	5: A = 20, T = 40	96	1.0	20	4: A = 12, T = 36	96	3.5
6	6: A = 10, a = 2	94	1.2	21	5: A = 25, T = 10	94	3.6
7	7: A = 10, a = 25	92	1.4	22	6: A = 5, a = 20	92	3.7
8	8: A = 4, a = 2	90	1.6	23	7: A = 10, a = 2	90	3.8
9	1: A = 10, $\tau = 2$	88	1.8	24	8: A = 1, a = 1	88	3.9
10	2: A = 9, $\tau = 3$	90	2.0	25	1: A = 6, $\tau = 4$	90	4.0
11	3: A = 40, T = 20	92	2.2	26	2: A = 12, $\tau = 3$	92	4.1
12	4: A = 4, T = 12	94	2.4	27	3: A = 12, T = 24	94	4.2
13	5: A = 8, T = 32	96	2.6	28	4: A = 14, T = 28	96	4.3
14	6: A = 20, a = 4	94	2.8	29	5: A = 40, T = 20	94	4.4
15	7: A = 5, a = 20	92	3.0	30	6: A = 10, a = 25	92	4.5

$$1. \ x(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq \tau / 2 \\ 0, & |t| > \tau / 2 \end{cases} \quad \text{- симетричний прямокутний імпульс.}$$

$$2. \ x(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & t < 0, t > \tau \end{cases} \quad \text{- зсунутий прямокутний імпульс.}$$

$$3. \ x(t) = \begin{cases} \frac{At}{T}, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t < 0, t > T \end{cases} \quad \text{- лінійно наростаючий імпульс.}$$

$$4. \ x(t) = \begin{cases} A \left( 1 - \frac{t}{T} \right), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t < 0, t > T \end{cases} \quad \text{- лінійно спадаючий імпульс.}$$

$$5. \ x(t) = \begin{cases} A \left( 1 - \frac{|t|}{T} \right), & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad \text{- симетричний трикутний імпульс.}$$

$$6. \ x(t) = \begin{cases} Ae^{-at}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad \text{- односторонній експоненційний імпульс.}$$

$$7. \ x(t) = Ae^{-a|t|} \quad \text{- двосторонній експоненційний імпульс.}$$

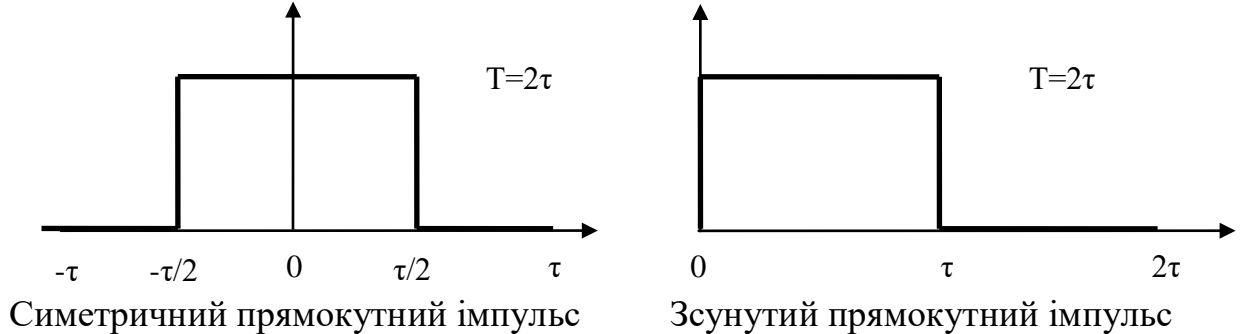
$$8. \ x(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad \text{- гаусів імпульс.}$$

## Порядок виконання роботи

### I. Застосування інтегрального перетворення Фур'є.

1. Зобразити графік сигналу.

Примітка: якщо розглядається сигнал у формі прямокутного імпульсу або зсунутого прямокутного імпульсу, для розрахунку його характеристик він доповнюється інтервалами з нульовим значенням згідно з рисунком.



2. Розрахувати аналітичний вираз спектральної характеристики в комплексній формі  $S(\omega)$  і модуль спектральної характеристики  $|S(\omega)|$

$$\begin{aligned}
 S(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{T^2} \int_0^T t e^{-j\omega t} dt = \left. \begin{array}{l} u = t^2 \\ du = 2t dt \\ \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \\ dv = e^{-j\omega t} dt \end{array} \right| = \\
 &= \frac{A}{T^2} \left( \left. jt^2 \cdot \frac{e^{-j\omega t}}{\omega} \right|_0^T - \frac{2j}{\omega} \int_0^T t e^{-j\omega t} dt \right) = \left. \begin{array}{l} u = t \\ du = dt \\ \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \\ dv = e^{-j\omega t} dt \end{array} \right| = \\
 &= \frac{A}{T^2} \left( \left. jT^2 \cdot \frac{e^{-j\omega T}}{\omega} - \frac{2j}{\omega} \left( \left. jt \frac{e^{-j\omega t}}{\omega} \right|_0^T - \int_0^T e^{-j\omega t} dt \right) \right) \right) \\
 &= \frac{A}{T^2} \left( \frac{jT^2 e^{-j\omega T}}{\omega} + \frac{2Te^{-j\omega T}}{\omega^2} - \frac{2je^{-j\omega T}}{\omega^3} + \frac{2j}{\omega^3} \right) = \\
 &= \frac{2}{5} \left( \frac{j25e^{-5j\omega}}{\omega} + \frac{10e^{-5j\omega}}{\omega^2} - \frac{2je^{-5j\omega}}{\omega^3} + \frac{2j}{\omega^3} \right)
 \end{aligned}$$

3. Побудувати графік модуля спектральної характеристики  $|S(\omega)|$ .

$$S(\omega) = \frac{2}{5} \left( \frac{j 25 e^{-5j\omega}}{\omega} + \frac{10 e^{-5j\omega}}{\omega^2} - \frac{2 j e^{-5j\omega}}{\omega^3} + \frac{2j}{\omega^3} \right) =$$

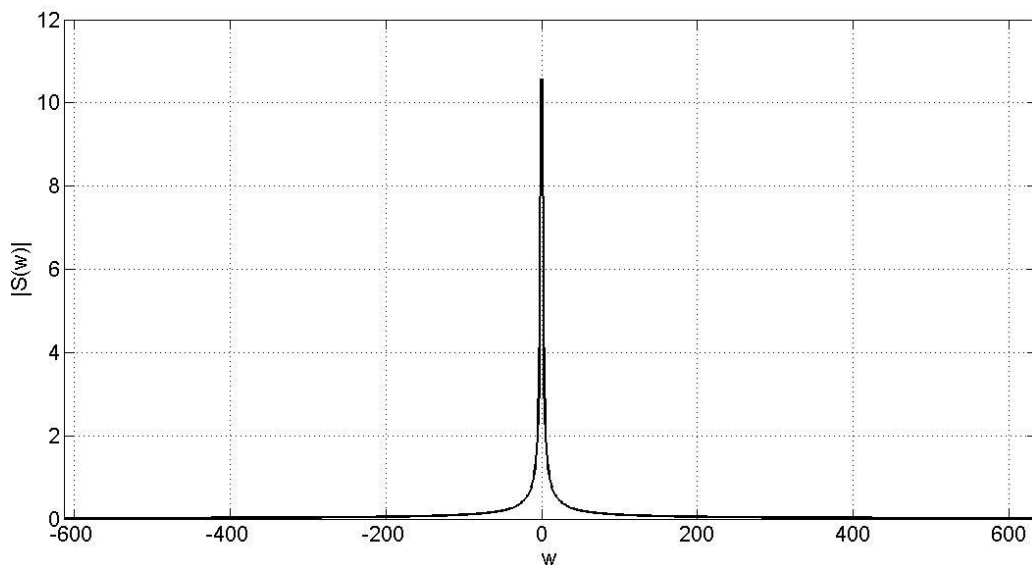
$$= \frac{2}{5} (\cos(5\omega) - j \sin(5\omega)) \left( \frac{25j}{\omega} + \frac{10}{\omega^2} - \frac{2j}{\omega^3} \right) + \frac{2j}{\omega^3}.$$

$$\operatorname{Re}(S(\omega)) = \frac{2}{5} \left( \frac{10 \cos(5\omega)}{\omega^2} + \frac{25 \sin(5\omega)}{\omega} - \frac{2 \sin(5\omega)}{\omega^3} \right).$$

$$\operatorname{Im}(S(\omega)) = \frac{2}{5} \left( \frac{25 \cos(5\omega)}{\omega} - \frac{2 \cos(5\omega)}{\omega^3} - \frac{10 \sin(5\omega)}{\omega^2} + \frac{2}{\omega^3} \right).$$

$$|S(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(S(\omega))^2 + \operatorname{Im}(S(\omega))^2}$$

Графік модуля спектральної характеристики



4. Перевірка розрахунків.

Перевірка розрахунків здійснюється в програмі MatLab.

Для цього необхідно задати масив значень сигналу  $x(t)$  з кроком  $\Delta t$ :

- п.1-5 форми сигналу,  $\Delta t = 10^{-4}T$ ;

- п.6-8 форми сигналу,  $\Delta t = 10^{-4}a$ .

Примітка: для сигналу п.6 сигнал задається на проміжку  $t = 0..10/a$ ;

п.7 -  $t = -10/a..10/a$ ;

п.8 -  $t = -3/a..3/a$ .

До заданого масиву застосовуються функції `fft()` і `fftshift()`, що дає

змогу знайти масив чисельних значень спектральної характеристики  $S(\omega)$ .

На її основі будується графік модуля спектральної характеристики  $|S(\omega)|$ .

Перевірка розрахунків полягає у порівнянні графіків модуля спектральної характеристики отриманих двома способами.

### 5. Енергетична спектральна щільність сигналу

Для розрахунку енергетичної спектральної щільності сигналу використовується програма MatLab.

1) Задається чисельний масив значень модуля спектральної характеристики  $|S(\omega)|$  в діапазоні частот  $-\omega_{гр} \dots \omega_{гр}$  з кроком  $\Delta\omega$ :

-для сигналів п.1-5 –  $\omega_{гр} = 2\pi / \Delta t$ ,  $\Delta\omega = 2\pi / T$ ;

-для сигналів п.6-8 –  $\omega_{гр} = 2\pi / \Delta t$ ,  $\Delta\omega = 2\pi / a$ .

2) В цьому діапазоні за формулою  $E(\omega) = |S(\omega)|^2$  розраховується значення енергетичної спектральної щільності сигналу.

3) За допомогою формули прямокутників шукається інтеграл

$$E_{int} = \int_{-\omega_{гр}}^{\omega_{гр}} E(\omega) d\omega \approx \sum_{\omega=-\omega_{гр}}^{\omega_{гр}} E(\omega) \Delta\omega .$$

4) поступово зменшуючи межі інтегрування? знаходять таку кутову

частоту  $\omega_{max}$ , при якій виконується рівність  $\int_{-\omega_{max}}^{\omega_{max}} E(\omega) d\omega = NE_{int}$ .

### 6. Обернене перетворення Фур'є

До спектральної характеристики  $S(\omega)$  з обмеженим спектром в діапазоні  $-\omega_{max} \dots \omega_{max}$  застосувати функцію оберненого перетворення Фур'є Matlab `ifft()`. Побудувати графік відтвореного сигналу і початкового сигналів.

Примітка: в тексті РГР необхідно навести текст програм Matlab, що використовувались для розрахунку прямого і оберненого перетворення Фур'є.

## II. Застосування дискретного перетворення Фур'є

1. Крок дискретизації  $\Delta t$  розраховується за формулою:

$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega_{max}},$$

де  $\omega_{max}$  – верхня частота спектру, розрахована у п. 5.

2. Крок квантування  $\Delta u$  розраховується за формулою:

$$\Delta u = A \cdot \delta ,$$

де  $\delta$  – похибка квантування.

3. Дискретне перетворення Фур'є сигналу розраховується письмово і у програмі MatLab. Для письмового розрахунку дискретне перетворення Фур'є шукається для 8 точок. При цьому параметр  $\Delta t$  обирається наступним чином:

- п.1-5 форми сигналу,  $\Delta t = 0.125T$ ;



- п.6-8 форми сигналу,  $\Delta t = 1/3a$ .

Примітка: для сигналу п.6 сигнал задається на проміжку  $t = 0..7/3a$ ;

п.7 -  $t = -4/3a..1/a$ ;

п.8 -  $t = -4/3a..1/a$ .

При використанні програми MatLab значення параметрів  $\Delta t$  і  $\Delta u$  розраховуються за формулами п.п. 1, 2.

4. Швидке перетворення Фур'є розраховується письмово для восьми точок зі значенням параметрів  $\Delta t$  і  $\Delta u$ , розрахованими у п.3.

5. Обернене перетворення Фур'є розраховується у програмі MatLab.

### Рекомендована література

1. Жураковський Ю.П., Полторак В.П. Теорія інформації та кодування : Підручник.-К.: Вища школа,2001. -255с.
2. Цимбал В.П. Теория информации и кодирования. – К: Высшая школа,1992 -263с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепии сигналы : Учебник. –М: Высшая школа, 1983 - 536с.
4. Тутевич В.Н. Телемеханика –М. Высшая школа , 1985. -423 с.
5. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов . Учебник для вузов. 2-е издание. – СПб.: Питер , 2007. -75 с.
6. Рябенкий В.М., Жуйков В.Я., Гулий В.Д. Цифрова схемотехніка: Навчальний посібник, - Львів : Новий світ -2000, 2009 , -736 с.
7. Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.Н. Теоретические основы информационной техники. - М.: Энергия, 1971. – 424 с.
8. Методичні вказівки щодо розроблення матеріалів з акредитації напрямів підготовки та спеціальностей / Уклад.: В.Ю. Угольніков, О.В. Яровий. За заг. ред. Ю.І. Якименка– Київ: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”,2012.–103 с.